

Aufgabe 1: Basiswissen (max. 15 Minuten)

- a) Eine Flasche Spülmittel enthält 10 mg eines Wirkstoffes.
 Für wie viele Flaschen reicht 1 kg dieses Wirkstoffes?

1 kg = 1000g

1 g = 1000 mg → Ein Gramm reicht für 100 Flaschen.

→ 1 Kg reicht für 100000 Flaschen



- b) Die abgebildete Armbrustzielscheibe hat einen Durchmesser von 50 cm. Der innerste Kreis hat einen Durchmesser von 5,2 cm.

- a. Alle weiteren Ringe haben denselben Abstand voneinander. Berechnen Sie diesen Abstand.

50 cm – 5,2 cm = 44,8 cm

48 cm von Ring 8 – 1 = 8 Ringe.

Symmetrische Verteilung ergibt 16 Abstände

→ 44,8 cm : 16 = 2,8 cm

- b. Berechnen Sie die Fläche der kompletten Scheibe.

$A = r^2 * \pi \rightarrow A = (25 \text{ cm})^2 * \pi \rightarrow A \approx 1963,50 \text{ cm}^2$

- c. Elke behauptet: „Wenn ich den Radius verdoppele, verdoppele ich auch die Fläche“.

Stimmt das? Entscheiden Sie und begründen Sie Ihre Entscheidung.

$A = r^2 * \pi$ verdoppeln des Radius: $2r$

→ $A = (2r)^2 * \pi = A = 4r^2 * \pi$

→ verdoppeln des Radius vervierfacht die Fläche

→ Elkes Behauptung ist falsch.

- c) Ordnen sie der Größe nach:

a. $\frac{1}{10}$ 10^{-2} 0,02 0,015 **→ $10^{-2} < 0,015 < 0,02 < \frac{1}{10}$**

b. $\frac{3}{4}$ h 75 min 2400 s 0,5 h **→ $0,5 \text{ h} < 2400\text{s} < \frac{3}{4} \text{ h} < 75 \text{ min}$**

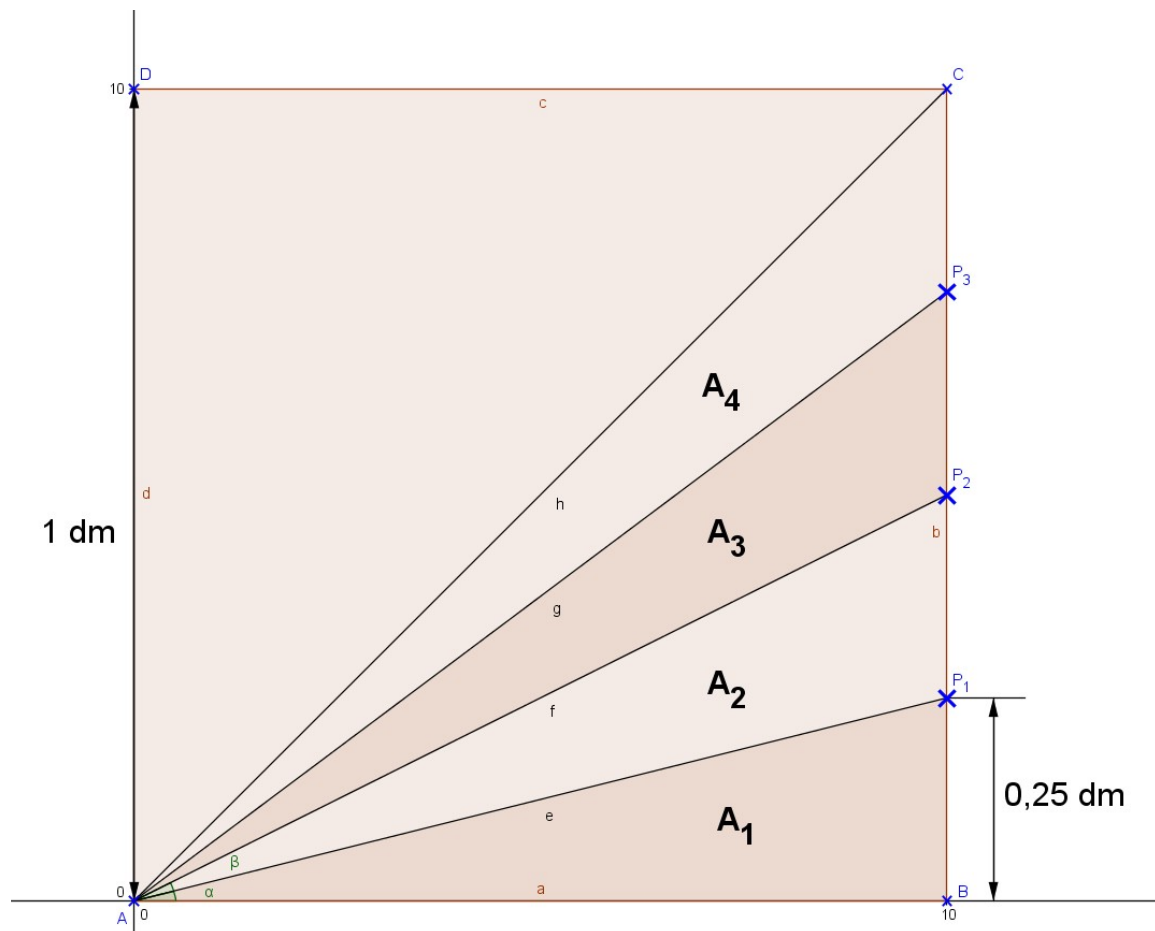
Name: **Dutkowski**

Aufgabe 2: Ein besonderes Muster (ZP10 2015/2016)

In der ZP10 im letzten Semester sollte folgendes Muster mathematisch untersucht werden:

Das abgebildete Quadrat hat eine Seitenlänge von einem Dezimeter.

Die rechte Seite wurde in vier gleichlange Teile unterteilt und von der unteren linken Ecke vier Strecken zur rechten Seite des Quadrates gezeichnet.



- Die vier Dreiecke A_1, A_2, A_3, A_4 haben denselben Flächeninhalt. Untersuchen Sie den Flächeninhalt von Dreieck A_1 . Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks A_1 und begründen Sie für die Dreiecke A_1 und A_2 , dass sie denselben Flächeninhalt haben.
- Berechnen Sie die Länge der Strecke e .
- Berechnen Sie die Größe des Winkels α .
- Beschreiben Sie einen Weg, den Winkel β zu bestimmen.
- Die Strecke f liegt auf einer Funktion. Bestimmen Sie den zugehörigen Funktionsterm.

Name: **Dutkowski**

- a) Der gemeinsame Eckpunkt des A der im Ursprung liegt erzwingt, dass alle Dreiecke dieselbe Höhe haben, da die Punkte B und P_n liegen alle auf der Quadratseite liegen. Damit ist diese Quadratseite die Grundseite aller Dreiecke.

Da für die Fläche eines Dreiecks gilt:

$$A = \frac{1}{2}gh, \text{ müssen alle Dreiecke denselben Flächeninhalt haben.}$$

- b) Das Dreieck A_1 ist rechtwinklig und e ist die Hypotenuse. benennt ,an den Abstand von B nach P_1 mit g, so folgt:

$$e^2 = a^2 + g^2$$

$$e^2 = (1dm)^2 + (0,25dm)^2$$

$$e^2 = 1,0625dm^2$$

$$e = \sqrt{1,0625dm^2}$$

$$e = 1,0308dm$$

- c) Die Seiten AP_n können als Abschnitte von Funktionen angesehen werden. Somit sind die Winkel die Steigungswinkel von Funktionen.

$$\rightarrow \tan \alpha = \Delta y / \Delta x \rightarrow \arctan(\alpha) = \arctan(0,25/1) = 14,0362^\circ = \alpha$$

- d) Mit der Idee von c) kann man den Winkel $\alpha + \beta$ bestimmen:

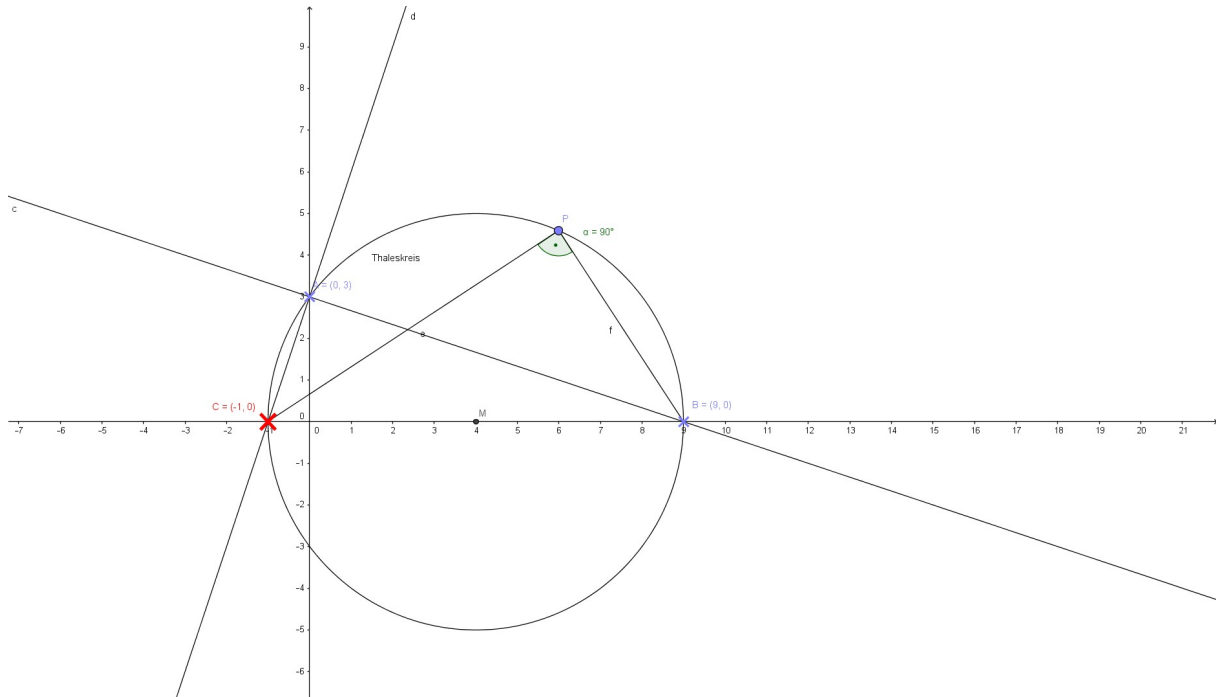
$$\arctan(0,5/1) = 26,5651^\circ \rightarrow \alpha + \beta \rightarrow \alpha + \beta = 26,5651^\circ - 14,0362^\circ = 12,5289^\circ$$

Die Berechnung war nicht gefordert, nur eine Beschreibung des Rechenweges.

- e) $f(x) := 0,5x$

Name: **Dutkowski**

Aufgabe 3: Pythagoras und Verwandte

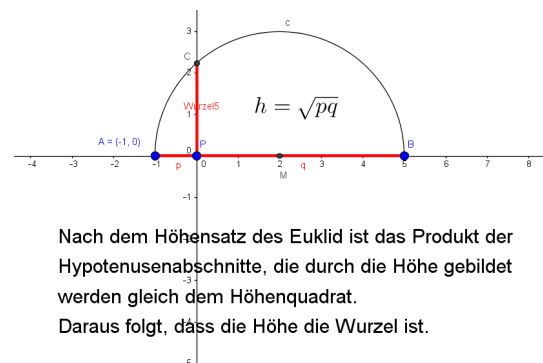


Die Punkte **A** und **B** sind Punkte eines rechtwinkligen Dreiecks. Der rechte Winkel liegt am Punkt **A**.

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten eines fehlenden Punktes **C**, der auf der x-Achse liegt.
- b) Bestimmen Sie die Länge der Strecken **AB** bzw. **AC**.

AB: Wurzel aus $(3^2 + 9^2) = \text{Wurzel aus } (90) \approx 9,4868$

- c) Konstruieren Sie den Kreisbogen, so dass die Strecke **BC** der Durchmesser des Kreises ist. **Siehe Zeichnung**
- d) Existieren noch weitere Rechtwinklige Dreiecke? Wenn ja, erläutern Sie, wo der dritte Punkt liegt. **Thaleskreis, siehe Zeichnung**
- e) Konstruieren Sie die Zahl $\sqrt{5}$ in einem Koordinatensystem.



Nach dem Höhensatz des Euklid ist das Produkt der Hypotenusenabschnitte, die durch die Höhe gebildet werden gleich dem Höhenquadrat. Daraus folgt, dass die Höhe die Wurzel ist.

Name: **Dutkowski**

Aufgabe 4: Gateway Arch



Der Gateway Arch ist ein Denkmal in St. Louis in den USA. Es handelt sich um einen Stahlbogen in der Form einer Parabel, die nach unten geöffnet ist. Der Stahlbogen ist 192 m hoch und die Fußpunkte sind 192 m weit auseinander (Breite am Boden)

Die x-Achse des Koordinatensystems liegt zur Vereinfachung auf der Verbindungslinie der Fußpunkte.

- Bestimmen Sie die Funktion der Form $f(x) := ax^2$ für dieses Bauwerk. (Vorzeichen beachten)
- Ein Lichtkünstler möchte zwei LASER-Scheinwerfer an den Punkten A und B so positionieren, dass die Kuppel des Courthouses aus der abgebildeten Perspektive scheinbar gerade noch berührt wird.
 Wo schneiden die LASER-Strahlen die Parabel des Gateway Arch?
 Wo schneiden sich die LASER-Strahlen?

Viel Erfolg!!
Frohe Ostern und schöne Ferien!

Name: **Dutkowski**



$\rightarrow a \cdot 96^2 = -192 \rightarrow a \approx -0,0201 \rightarrow$

zu a)

Das Koordinatensystem ist in etwa im Maßstab 1:10 verkleinert. Somit sind aus den Koordinaten die die Zahlenwerte in etwa abzulesen.

Damit gilt: $f(x) = ax^2 + 192$.

Um den Parameter a auszurechnen, muss man einen Funktionswert für x ungleich 0 kennen. Das ergibt sich aber aus der Aufgabe, denn die Fußpunkte sind die Nullstellen der modellierten Funktion. Daraus folgt: $f(96) = 0$

$f(x) := -0,02x^2 + 192$

zu b)

man muss einen Punkt an die Kuppel zeichnen, z.B. $E = (1,45|17)$

In Realität wären das dann: $x = 14,50 \text{ m}$ und $y = 170 \text{ m}$.

Durch die Fußpunkte die bei $x = 80 \text{ m}$ liegen lassen sich die Funktionen bestimmen:

Differenzenquotient \rightarrow Steigung $\Delta x = 80 - 14,5 = 65,5$ und $\Delta y = -170 \rightarrow m \approx -2,6$

Daraus folgt: $g(x) = -2,6x + b$. Einsetzen in den Punkt B erhält man für B:

$-2,6 \cdot 80 + b = 0 \rightarrow b = 208 \rightarrow g(x) = -2,6x + 208$

Aus Symmetriegründen muss für den anderen Scheinwerfer gelten:

$h(x) = 2,6x + 208$. Damit ist der Schnittpunkt der LASER-Strahlen der

Name: **Dutkowski**

Achsenabschnitt, also in etwa 208 m Höhe.

Den Schnittpunkt mit der Parabel erhält man durch Gleichsetzen $f(x)$ und $g(x)$.

$$f(x) = g(x) \iff -0,02x^2 + 192 = -2,6x + 208$$

$$\rightarrow -0,02x^2 + 192 = -2,6x + 208 \quad | +2,6x; -208$$

$$-0,02x^2 + 2,6x - 16 = 0 \quad | : -0,02$$

$$x^2 - 130x + 800 = 0 \quad | - 800$$

$$x^2 - 130x = - 800 \quad | \text{q.E.} \rightarrow + 65^2$$

$$(x - 65)^2 = - 800 + 65^2$$

$$(x - 65)^2 = 3425 \quad | \text{Wurzel ziehen}$$

$$x_1 - 65 \approx 58.5235 \quad | +65$$

$$x_1 \approx 123,5$$

$$x_2 - 65 \approx - 58.5235 \quad | +65$$

$$x_2 \approx 6,5$$

Da der Wert 123,5 durch Quadrieren zu groß wird, ist für dieses Modell nur $x_2 \approx 6,5$ geeignet.

Probe durch Einsetzen:

$$f(6,5) = -0,02 \cdot 6,5^2 + 192 = 191,155$$

$$g(6,5) = -2,6 \cdot 6,5 + 208 = 191,1$$

Die fehlenden Kommastellen, sind durch die Rundungen zu erklären.
 Bis auf 10 cm stimmen die Werte überein.