

Schach, Reis und Potenzen !?

Der Legende nach stammt das Schachspiel aus Indien. Das Schachbrett besteht aus 64 Quadraten. von dem neuen Spiel so begeistert, dass er seiner Armee befahl
suchen. Sie brachten den Erfinder des Spiels vor den König.



Nicht lachen jetzt, es war wirklich so: Es war ein Mathematik-Lehrer namens Buddhiram.

"Ich möchte dich für deine wundervolle Erfindung belohnen", begrüßte der König den Mann. Buddhiram verbeugte sich. "Ich bin reich und mächtig genug", fuhr der König fort, "dir auch den ausgefallensten Wunsch zu

erfüllen. Sag' mir nur, was du haben möchtest und ich erfülle es dir." Buddhiram blieb still. "Sei nicht so scheu", ermutigte ihn der König. "Sag nur was du möchtest, ich werde an Nichts sparen dir den Wunsch zu erfüllen".

"Eure Freundlichkeit kennt keine Grenzen", erwiderte Buddhiram, "aber gebt mir bitte etwas Zeit meine Antwort zu bedenken." Der König ließ ihn gewähren. Nach kurzem Überlegen überraschte Buddhiram den König mit einem sehr bescheidenen Wunsch. "Herr", sagte er, "ich möchte auf dem ersten Quadrat des Schachbretts ein Reiskorn haben." "Ein gewöhnliches Reiskorn?" Der König traute seinen Ohren nicht. "Ja, Herr, ein Reiskorn auf dem ersten Feld, zwei auf dem zweiten, vier auf dem dritten, acht auf dem vierten, sechzehn auf ..."

"Es reicht", rief der König verärgert. Du sollst deine Reiskörner für alle 64 Quadrate des Schachbretts haben, so wie du es wünschst. Ich werde die Anzahl der Körner vom Vorfeld verdoppeln lassen. Aber wisse, dein Wunsch ist meine Großzügigkeit nicht wert. Mit dem Wunsch nach so einer geringen Belohnung hast du mir deine Missachtung gezeigt. Gerade als Lehrer solltest du der Freundlichkeit deines Königs mehr Respekt erweisen. Geh! Meine Diener werden dir deinen Sack Reiskörner bringen."

Buddhiram lächelte und ging hinaus. Am Tor wartete er auf seine Belohnung.

Beim Abendessen erinnerte sich der König an Buddhiram und erkundigte sich ob der "tollkühne" Mathematik-Lehrer seine "geizige" Belohnung bekommen habe. "Herr", sagte der Chef-Hof-Mathematiker, "wir haben seit heute morgen die Anzahl der Reiskörner berechnet, die Buddhiram als Belohnung möchte. Die Anzahl ist tatsächlich außerordentlich hoch."

"Wie viel außerordentlich", unterbrach ihn der König ungeduldig. "Meine Getreidespeicher können das mit Leichtigkeit leisten. Die Belohnung ist versprochen worden und muss bezahlt werden."

"Es steht nicht in ihrer Macht, Herr, den Wunsch des Buddhiram zu erfüllen. Ihre Getreidespeicher enthalten nicht genug Reiskörner. Selbst im ganzen Königreich gibt es nicht genug Reiskörner, ja nicht einmal auf der ganzen Welt. Und wenn ihr euer Wort halten wollt, dann müsst ihr alles Land der Welt kaufen und es in Reisfelder verwandeln lassen, ihr müsst die Seen und Ozeane trocken legen und alles Eis im Norden schmelzen lassen. Wenn ihr dann all dieses Land mit Reis besäen lasst, dann und nur dann werdet ihr vielleicht genug Reis haben um den Wunsch des Buddhiram zu erfüllen."

Der König war sehr beeindruckt und eingeschüchtert. "Nenne diese gigantische Zahl", sagte er nachdenklich. ...

Nun, helfen Sie bei der Berechnung dieser gigantischen Zahl!

Auf der Rückseite finden Sie Lösungen für Ihre Selbstkontrolle (nicht, um das Ergebnis abzuschreiben!) und weitere Fragestellungen, die Sie bei Ihren Überlegungen unterstützen sollen, eine Vorstellung von dieser gigantischen Zahl zu erhalten.

Name: _____

Hier ist die Anzahl der Reiskörner auf jedem der 64 Felder des Schachbretts aufgelistet.

1
2
4
8
16

32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8192
16384
32768
65536
131072
262144
524288
1048576
2097152
4194304
8388608
16777216
33554432
67108864
134217728
268435456
536870912
1073741824
2147483648
4294967296
8589934592
17179869184
34359738368
68719476736
137438953472
274877906944
549755813888
1099511627776
2199023255552
4398046511104
8796093022208
17592186044416
35184372088832
70368744177664
140737488355328
281474976710656
562949953421312
1125899906842624
2251799813685248
4503599627370496
9007199254740992
18014398509481984
36028797018963968
72057594037927936
144115188075855872
288230376151711744
576460752303423488
1152921504606846976
2305843009213693952
4611686018427387904
9223372036854775808
18446744073709551615

1. Stellen Sie die Zahl in wissenschaftlicher Notation / Zehnerpotenzschreibweise dar (Beispiel: $3,186 \cdot 10^{16}$).
2. Nehmen Sie an, dass (aufgrund unterschiedlicher Größen) durchschnittlich 50 Reiskörner in einen Würfel mit einer Kantenlänge von 1 cm hineinpassen.
 - a) Welches Volumen müsste ein Würfel haben, in dem die Buddhiram-Körner Platz hätten?
 - b) Welche Kantenlänge hätte der Würfel?
3. Nehmen Sie weiter an, dass ein Reiskorn durchschnittlich 30 mg wiegt. Welches Gewicht in Tonnen (Einheit t) hätten dann die Buddhiram-Reiskörner?
4. Die weltweite Ernte von Reis beträgt derzeit rund 400 Millionen Tonnen pro Jahr. Wie viele Jahre hätte die Welt Reis ernten müssen, um die Buddhiram-Menge zu erhalten?
5. Auf den Reisfeldern der Welt werden jährlich durchschnittlich 5,5 Tonnen Reis pro Hektar (Einheit ha; $100 \text{ ha} = 1 \text{ km}^2$) geerntet.
 - a) Wie groß hätte die Fläche in Hektar sein müssen, um die Schachbrett-Menge in einem Jahr zu erzeugen?
 - b) Die Erdoberfläche beträgt in etwa 510 Millionen Quadratkilometer. Stimmt die Annahme des Hofmathematikers, dass nur ein gigantisches Reisfeld verteilt auf die gesamte Erdoberfläche ausgereicht hätte, um Buddhirams Belohnung innerhalb eines Jahres zu schaffen?
6. Im Handelsverkehr übliche Standard-Container mit einer Länge von 6,10 m haben ein Ladevolumen von rund 28 Kubikmeter, jedoch eine Maximalbeladung von 20 Tonnen.
 - a) Entscheiden Sie zunächst, ob Sie einen solchen Container bis zum Rand mit Reiskörner befüllen könnten ohne das Maximalgewicht der Zuladung zu überschreiten oder ob sie noch Luft im Container lassen müssten.
 - b) Bestimmen Sie nach Ihrer Entscheidung wie lang die Container-Schlange gewesen wäre, wenn Sie die Buddhiram-Reismenge zur Verfügung gehabt hätten. Schätzen Sie vorab, wie oft die Schlange um die Erde gereicht hätte (Erdumfang am Äquator rund $4 \cdot 10^4 \text{ km}$).

Schmeißen Sie Ihre Flinte nicht gleich ins Reisfeld! Beraten Sie sich und vergleichen Sie Ihre Überlegungen mit denen Ihrer Mitstudierenden.

Viel Spaß dabei!